

Der Kreisel

Seine Theorie und seine Anwendungen

Von

Dr. R. Grammel

ord. Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart

Mit 131 Abbildungen



Druck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

1920

das zudem mit dem Quadrat der Fahrgeschwindigkeit wächst, muß also durch den Druck seitlicher Führungsschienen aufgehoben werden und dieser kann recht beträchtlich sein.

Es möge beispielsweise, entsprechend einer nach den Plänen von F. B. Behr 1897 in Tervueren bei Brüssel gebauten Versuchsstrecke, für einen Einschienerwagen mit acht Rädern von je 750 kg Gewicht und einem axialen Trägheitsmoment von je $22,5 \text{ mkgsek}^2$ sowie $r = 0,68 \text{ m}$ Laufradiusmesser

$$v = 136 \text{ km/Std} = 38 \text{ m/sek.}$$

$$Q = 495 \text{ m.}$$

sein, so findet man das Kreiselmoment

$$K_1 = 775 \text{ mkg.}$$

Dieses Moment mußte von zwei Führungsschienen (Abb. 85) aufgenommen werden, die $0,70 \text{ m}$ vom Kopt der Hauptschiene abstanden, so daß also ein Druck von 1100 kg erzeugt wurde, der auf 8 bis 16 kleine Führungsräder zu verteilen war.

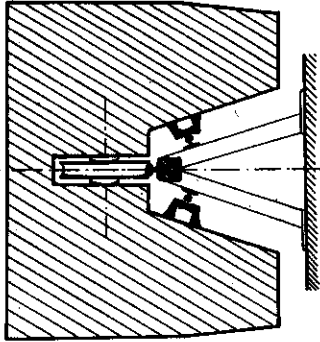


Abb. 85.

Zweitens aber könnte der Wagen, auch wenn die Kreiselwirkung der Räder durch die entgegengesetzt umlaufenden Motoren aufgehoben würde, wegen seines eigenen Schleudermoments K_2 (9) im allgemeinen doch nicht im stabilen Gleichgewicht sein. Dieses Moment verschwindet zwar für $\varphi = 0$ beim aufrechten Wagen; es erscheint aber bei der geringsten Auslenkung wieder, wie sie ohne Führungsschienen sicherlich einmal vorkommen könnte, und sucht dann diese Auslenkung zu vergrößern oder zu verkleinern, je nachdem $d^2 \geq e^2$, d. h. je nachdem das Trägheitsmoment D um die Querachse oder dasjenige E um die Hochachse das größere ist. Der Wagen ist mithin nur dann als stabil anzusehen, falls für ihn $D < E$ wird; dies setzt eine sehr breite Bauart voraus, wie es die ausgeführten Wagen denn in der Tat zeigen. Es muß indessen bei der stabilen Anordnung als recht un bequem für die Fahrgäste bezeichnet werden, daß sich der Wagen in den Kurven nicht schräg legt. Erzwingt man die Schräglage aber durch eine Führungsschiene, so geht der Vorteil der Bahn als einer einschienenigen wieder verloren.

Bei den wirklich ausgeführten Wagen hat man es schließlich vorgezogen, den Schwerpunkt entgegen den ursprünglichen Absichten ein klein wenig unter die Oberkante der Tragschiene zu legen; man ist so zur Hängebahn zurückgekehrt, ohne jedoch deren Vorzüge hinreichend auszunutzen.

Setzen wir nämlich voraus, daß die Kreiselwirkung durch die Motoren vernichtet sei, so haben wir es mit einem Körper zu tun, der

sehr nahe über dem Schwerpunkt gestützt im Kreise herumgeführt wird. Das Verhalten eines solchen Körpers wird in den Schriften häufig falsch dargestellt, insofern lediglich die Momente der Schwere und der Fliehkraft beachtet werden, die zu einer Schräglage φ (14) Veranlassung geben, welche unabhängig von s sein soll. Dies ist nur für solche Körper richtig, deren Trägheitsmomente D und E gleich groß sind, für Körper also, die in der Richtung einer (dynamischen) Symmetrieachse bewegt werden. Man überzeugt sich davon auch schon durch einen höchst einfachen Versuch (Abb. 86): ein nahezu in seinem Schwerpunkt drehbar gefaßter und im Kreise herumgeführter Stab legt sich augenblicklich nahezu wagerecht, während er, weit über dem Schwerpunkt gefaßt, bei derselben Drehgeschwindigkeit nur wenig ausschlägt.

Die richtige Erklärung wird natürlich von der Schleuderwirkung sofort gegeben. Schreibt man (15) ausführlich an, indem man den Wert (12) von Δs einsetzt, jedoch von der Kreiselwirkung absehend $m' = 0$ nimmt, so kommt für den richtigen Winkel φ der Gleichgewichtslage

$$(16) \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{gQ} \left(1 - \frac{d^2 - e^2}{Qs} \sin \varphi \right),$$

was allerdings für große Absolutwerte von s merklich in (14) übergeht. Man sieht aber zugleich, daß das zweite Glied der rechtsseitigen Klammer in (15) um so mehr an Wichtigkeit zunimmt, je näher s an Null heranrückt.

Trägt man φ als Funktion der s -Werte in Polarkoordinaten (s, φ) auf, so erhält man eine Kurve (Abb. 87), die verschieden aussieht, je nachdem $D \geq E$ ist, und nur für $D = E$ in die Gerade $\varphi = \varphi_0$ übergeht. Es zeigt sich also, daß zwar für große Absolutwerte von s die übliche Annäherung $\varphi = \varphi_0$ statthaft ist (wir durften in der Tat bei der Hängebahn das Schleudermoment unbeachtet lassen), daß aber für kleine Absolutwerte von s der Ausschlag φ sich an 0° oder 90° annähert, je nachdem $D \leq E$ ist. Ein hoch gebauter Wagen würde sich also in der Kurve unnatürlich schräg legen, ein breit gebauter würde in der Kurve unnatürlich steif stehen bleiben, wenn der Schwerpunkt nur um ein wenig unter der Oberkante der Tragschiene liegt.

5. Das Zweirad. Im Gegensatz zu den Eisenbahnen, wo die Kreiselmomente eigentlich in keinem Falle als wirklich nützlich anzusprechen waren, wird man vermuten, daß bei der Stabilisierung

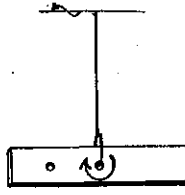


Abb. 86.

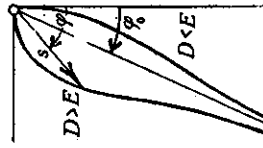
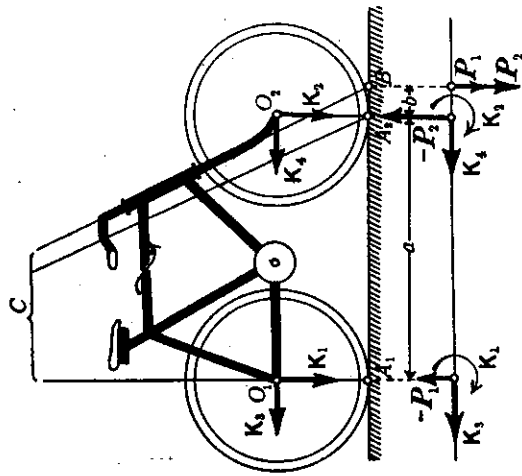


Abb. 87.

des Zweirades wesentlich die Kreiswirkungen beteiligt sind. Es steht zu erhörtern, in welchem Umfange diese Vermutung berechtigt ist. Wir haben dabei die Wahl, diese Erörterung entweder durch Zurückgreifen auf die dynamischen Grundgleichungen ausführlich analytisch durchzuführen (wie dies F. J. W. Whipple und E. Carvallo getan haben), oder die wichtigsten Ergebnisse unter Verzicht auf formelmäßige Darstellung in anschaulicher Weise zu gewinnen. Wir geben dem zweiten Wege hier bei weitem den Vorzug, weil er sehr viel rascher zu dem allerdings etwas bescheideneren Ziele führt, und weil uns die Rechnung überdies

Abb. 88.



gerade das ist uns praktisch ganz gleichgültig (womit wir natürlich jenen Entwicklungen ihren Wert keineswegs absprechen wollen).

Das Zweirad in der heute gebräuchlichen Form besteht aus zwei Teilen, dem Radgestänge mit Tretkurbel und Hinterrad, und der Lenkstange mit dem Vorderrad (Abb. 88). Für die moderne Bauart ist wesentlich die Tatsache, daß die Lenkstangenachse, geometrisch verlängert, unter dem Mittelpunkt O_2 des Vorderrades vorbeigeht und vor dessen tiefstem Punkt A_1 den Boden in B trifft. Dies hat zweierlei Folgen.

Erstens fängt bei einer beginnenden Querneigung des ganzen Zweirades die in O_2 angreifende Schwere des Vorderrades offenbar alsbald an, dieses Rad um die Lenkstangenachse in solchem Sinne zu drehen, daß das Zweirad eine Kurve nach der richtigen Seite beschreibt. Dabei wird dann ein Fliehkraftmoment geweckt, welches das weitere Umfallen aufzuhalten strebt; oder anders ausgedrückt, es

kommt so günstigstenfalls ganz von selbst ein Fahrtcharakter zustande, welchem die vorhandene Querneigung als natürliche Radstellung angemessen ist. In Wirklichkeit greift freilich der geschickte Fahrer sofort ein, die Unterstützung seitens des Vorderrades deutlich als angenehm empfindend (wofern er genau zu beobachten versteht).

Zweitens weckt eine beginnende Querneigung Kreiswirkungen, und zwar sowohl im Hinter- wie im Vorderrad. Das Kreiselmoment K_1 des Hinterrades sucht das ganze Gestell in die natürliche Kurve zu drehen und zeigt sich nach außen in einem Kräftepaar, dessen eine Kraft $-P_1$ vom untersten Punkt A_1 des Hinterrades auf die (rauh zu denkende) Fahrbahn ausgeübt wird, während die andere, P_1 , an der Lenkstangenachse angreift, und zwar in deren tiefstem Punkt B . Wenigstens äußert sich die Wirkung des Hinterrades durch Vermittlung des Gestänges auf das Vorderrad so wie eine Kraft P_1 in jenem mit der Lenkstange verbunden zu denkenden Angriffspunkt B . Ist C der Schnittpunkt der Lenkstangenachse und der Verbindungsgereaden des Punktes A_1 mit dem Mittelpunkt O_1 des Hinterrades, und zieht man noch die Gerade A_2C , so leuchtet unmittelbar ein, daß das Vorderrad unter der Wirkung der Kraft P_1 sich im ersten Augenblick gerade um die Achse A_2C zu drehen beginnt, und zwar, da B vor A_2 liegt, im richtigen, das Umfallen auffangenden Sinne.

Das Kreiselmoment K_2 des Vorderrades, ebenfalls lotrecht gerichtet und bei gleichen Abmessungen der beiden Räder so groß wie K_1 , kann als unabhängiges Moment (S. 165) ersetzt werden durch ein Kräftepaar $P_2, -P_2$, wo P_2 in B und $-P_2$ in A_2 angreift. Das Moment K_2 hat demnach die gleiche nützliche Wirkung wie das Moment K_1 . Man darf als Maß für diese Wirkung die Kräfte P_1 und P_2 ansehen. Mit dem Radstand $A_1A_2 = a$ und $A_2B = b$ wird aber nach Einl. I. (16), S. 11,

$$K_1 = P_1(a + b), \quad K_2 = P_2b$$

und also wegen $K_1 = K_2$

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{a}{b}.$$

Die rechte Seite hat praktisch etwa den Wert 10 bis 12, und ebenso vielfach ist mithin die Kreiswirkung des Vorderrades stärker als die des Hinterrades.

Indem sich nun das Zweirad in die Kurve legt, sei es infolge der Momente K_1 und K_2 , oder infolge des Eingreifens des Fahrers,

werden weitere Kreiselmomente K_3 und K_4 im Hinter- und Vorderrade erzeugt, welche beide gleiche Richtung und die nahezu gleichen Beträge

$$K_3 = \Theta \omega \cos \varphi_1, \quad K_4 = \Theta \omega \cos \varphi_2$$

haben, wo ω die Wendegewindigkeit des Zweirades, φ_1 und φ_2 aber die nur wenig verschiedenen Neigungen der Ebenen des Hinter- und Vorderrades mit den Schwüngen Θ messen soll. Die Momente K_3 und K_4 unterstützen das Fliehkraftmoment, bleiben jedoch gegenüber diesem, wie eine zahlenmäßige Abschätzung zeigt, immer geringfügig.

Wir stellen zusammenfassend fest, daß die Kreiselwirkungen, und zwar zufolge der Form der Lenkstange namentlich diejenige des Vorderrades, dem Fahrer bei der Stabilisierung seines Zweirades in erwünschter Weise helfen, daß dabei aber weniger die aufrichtende Wirkung der Kreiselmomente als vielmehr ihr Einfluß auf die zweckmäßige Führung der Lenkstange in Betracht kommt.

Die stabilisierende Tätigkeit des Fahrers besteht neben Schwerpunktsverschiebungen darin, die richtigen Fliehkraftmomente zu wecken; die Kreiselmomente unterstützen ihn darin; man mag ihnen sogar so viel Bedeutung zuerkennen, daß sie ihm in unwachsamem Augenblicken damit zuvorkommen. Aber im ganzen wird man sie doch nur als eine glücklicherweise recht vorteilhafte Nebenerscheinung bewerten dürfen, welche vom Erbauer um so weniger beabsichtigt sein kann, als dieser doch aus Gründen der Gewichtsersparnis den Rädern möglichst geringe träge Massen und also auch kleine Trägheitsmomente zu geben sucht. Bei Motorrädern, welche ein im Sinne der Laufräder drehendes Schwungrad besitzen, dürften sich die Kreiselbewegungen schon eher bemerklich machen.

6. Kreiselmomente auf Schiffen. In großen Schiffen sind Radsätze mannigfacher Art untergebracht: Antriebsmaschinen, Schrauben, Schraubenwellen, Ventilatoren, Dynamos, Schaufelräder bei Raddampfern usw. Die Achsen dieser Radsätze können längsschiffs, querschiffs oder lotrecht liegen, und so rufen die Schiffsbewegungen in ihnen die verschiedenartigsten Kreiselwirkungen hervor. Man beschreibt die Schiffsbewegungen am einfachsten an Hand eines Kreuzes rechtwinkliger Achsen, die etwa durch den Schiffsschwerpunkt gelegt als Längsachse, Querachse und Hochachse bezeichnet sein mögen. Abgesehen von der Schwerpunktsbewegung des Schiffes, die uns hier gleichgültig sein kann, treten Drehungen um diese drei Achsen auf, die man der Reihe nach Rollen, Stampfen und Gieren heißt. Wir legen die positive Richtung der drei Achsen nach vorn,

nach rechts und nach unten, messen die drei Drehungen um diese Achse durch die Winkel φ , χ und ψ und zählen diese Winkel positiv, wenn sie zusammen mit der positiven Richtung ihrer Achse eine Rechtsschraube bilden. Die Schwünge von Radsätzen, deren Achsen parallel zu den drei Schiffsachsen weisen, bezeichnen wir der Reihe nach mit Θ_φ , Θ_χ und Θ_ψ und zählen natürlich auch diese im selben Sinne positiv wie die Winkel φ , χ und ψ . Betrachten wir nur solche Radsätze, die als schnelle Kreisel gelten können, so dürfen wir ihre Schleuderwirkungen außer acht lassen und erhalten Kreiselmomente, die wir je nach ihrer Drehachse mit K_φ , K_χ und K_ψ bezeichnen. Größe und Drehsinn dieser Momente ist in der folgenden Tafel zusammengestellt, von deren Richtigkeit man sich leicht überzeugt:

Radsatzachse	Rollen	Stampfen	Gieren
längsschiffs	—	$K_\psi = + \Theta_\psi \frac{d\chi}{dt}$	$K_\chi = - \Theta_\varphi \frac{d\psi}{dt}$
querschiffs	$K_\psi = - \Theta_\chi \frac{d\varphi}{dt}$	—	$K_\varphi = + \Theta_\chi \frac{d\psi}{dt}$
lotrecht	$K_\chi = + \Theta_\psi \frac{d\varphi}{dt}$	$K_\varphi = - \Theta_\psi \frac{d\chi}{dt}$	—

Insofern die Roll-, Stampf- und Gierbewegungen des Schiffes periodisch verlaufen, äußern sich auch die geweckten Kreiselmomente in einer periodischen Beanspruchung der Lager und Wellen der Radsätze. Die Gefährlichkeit dieser für gewöhnlich meist nicht sehr bedeutenden Trägheitskräfte besteht also darin, daß sie bei plötzlichen, stoßweise eintretenden Schiffsschwankungen für einen Augenblick groß genug werden können, um, namentlich bei rasch laufenden Turbinen, wie sie auf Torpedobooten und auch sonst vorhanden sind, Achsen- und Lagerbrüche zu verursachen; man hat so den rätselhaften Untergang der beiden ersten Hochseetorpedoboote „Viper“ und „Cobra“ erklären wollen, welche mit Parsons-Turbinen ausgestattet waren. Bei querschiffs liegenden Turboaggregaten, wie sie zu Beleuchtungszwecken usw. oft verwendet werden, wird die Kreiselwirkung infolge der hohen Drehzahlen gelegentlich so groß, daß man zu Längsschiffslagerung übergehen muß, in der Erwartung, daß die Stampf- und Gierbewegungen in der Regel viel weniger heftig verlaufen als die Rollungen.

Übrigens begegnet man derlei Kreiselwirkungen auch sonst oft genug auf Fahrzeugen. Es sei nur an die längsseits liegenden Triebachsen der Automobile erinnert, deren Kreiselmomente namentlich bei