

# ***25 FACTOREN BEPALEN DE STABILITEIT VAN DE FIETS***



***Moderne fiets is zo  
gek nog niet***

# Waarom blijft een fiets gewoon rechttuit rijden als je hem zonder berijder een zet geeft? En waarom valt hij niet om als je hem dan een zijwaarts zetje geeft? Een nieuw wiskundig model beschrijft dit bewegingsgedrag van de fiets. En wat blijkt uit de modelberekeningen: de moderne fiets is al heel goed!

Tekst: Marcel Kruithof / Foto's: TU Delft

Dat een jumbojet vliegt, lijkt een wonder. Maar eigenlijk is het rijden van een fiets dat ook. Waarom val je op smalle bandjes niet om, maar houd je vrij eenvoudig je evenwicht. Sterker nog, geef een fiets zonder berijder de juiste snelheid, en hij zal uit zichzelf rechttuit blijven rijden. Geef je de fiets dan een zetje naar links of rechts, dan zal hij even slingeren, maar uiteindelijk zichzelf corrigeren en weer rechttuit rijden. Dit gegeven maakt het waarschijnlijk voor de berijder ook gemakkelijker om op een fiets te rijden. Het zoeken van de balans wordt ondersteund door het gedrag van de fiets. Probeer maar eens zo langzaam mogelijk te fietsen. Dan val je gegarandeerd om. Met een beetje snelheid is het echter geen probleem om recht te blijven.

Voor het 'wonder' van de stabiliteit van de fiets hebben al veel wetenschappers een wiskundige verklaring gezocht. Hiervoor zijn veel wiskundige modellen gemaakt en doorgerekend. In *Fiets* maken we bijvoorbeeld al jaren gebruik van het model van de wiskundige Jones (zie kader). Met zijn stabiliteitsindex probeert Jones het rechttuit rijden van de fiets te verklaren. Aan de hand van deze index zeggen wij iets over het stuurgedrag van de geteste fiets. Uiteraard gebruiken we ook onze praktijkervaring.

Nieuw onderzoek legt nu de zwakke plekken van alle andere onderzoeken bloot. Ook in dit onderzoek is de werking van de fiets gevat in een wiskundig model. Een van de onderzoekers is dr. ir. Arend Schwab van Werktuigbouwkunde, Maritieme Techniek en Technische Materiaalwetenschappen (3mE) van de Technische Universiteit Delft.

Schwab heeft niets speciaals met fietsen. Hij gebruikt zijn fiets voor woon-werkverkeer en in zijn woonplaats Rotterdam. Toch is Schwab de link tussen de drie universiteiten die het ultieme onderzoek naar de dynamica van de fiets hebben gedaan. Tijdens een sabbatical ontmoette hij dr. Jim Papadopoulos van de Universiteit van Cornell in Amerika. Papadopoulos onderzocht al eerder de dynamica van de fiets, maar zijn onderzoek ligt al geruime tijd stil. Schwab zag een uitdaging, schakelde een bevriende onderzoeker in, dr. Jaap Meijaard van de Universiteit van Nottingham, en ze gingen aan de slag.

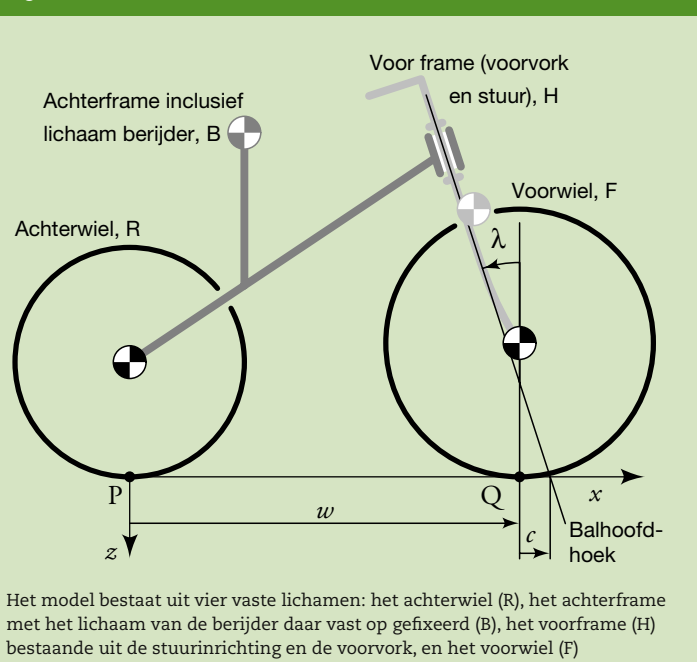
Allereerst werd de bestaande literatuur bestudeerd. Er mag dan al meer dan honderd jaar onderzoek worden gedaan naar de dynamica van de fiets, tot dusver had geen enkele studie die verschillende onderzoeken met elkaar vergeleken. "Sommige onderzoeken zijn redelijk

goed", stelt Schwab. Maar elk model bleek wel een of meer foutjes te bevatten. Veel modellen gaan bijvoorbeeld uit van de gedachte dat de fiets zijn stabiliteit dankt aan het gyroscopisch effect. Het gyroscopisch effect betekent dat een draaiende massa tegenwerkt als de massa van richting wordt veranderd. Een hard draaiend wiel zal niet kantelen, doordat de massa van het wiel een voorwaartse beweging wil. Pak maar eens een wiel bij de as beet, geef een slinger aan het wiel en probeer het van richting te veranderen. Toch bleek dit gegeven niet 'de' verklaring te zijn voor de stabiliteit van de fiets.

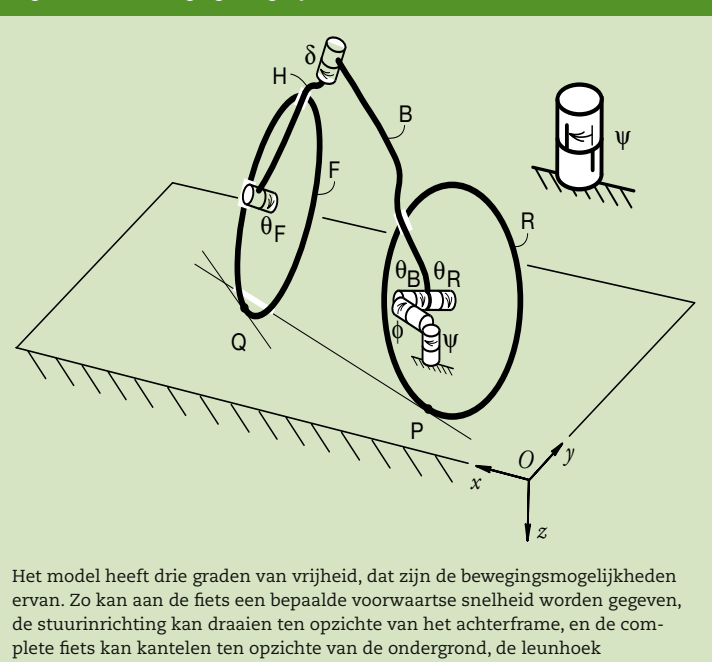
## Het model

Schwab en zijn collega's stuitten al snel op een probleem. De fiets gaat na een slingerbeweging vanzelf rechttuit rijden. Een logische verklaring daarvoor is dat in de fiets een soort demper zit die deze beweging uitdempt. Net zoals een verende vork schokken op de mountainbike dempt. Bij een gewone fiets zouden de banden en lagers aan die demping kunnen bijdragen. "Maar als je een gewone fiets bekijkt, dan blijkt daar helemaal geen demping in te zitten", maakt Schwab het probleem duidelijk. "Het contactoppervlak van de banden is zo klein en de lagers zijn zo wrijvingsloos, dat de

Figuur 1: Het mechanische model van de fiets



Figuur 2: De bewegingsmogelijkheden van het model



dempende werking daarvan te verwaarlozen is.”

Maar hoe kon dan het bewegingsgedrag van de fiets worden verklaard? Schwab en zijn collega's kwamen aan de hand van eerdere onderzoeken tot een model waarin wél alles lijkt te kloppen. Eigenlijk komt dit model van de Duitse onderzoeker Ekkehard Döhring. Die schreef al in 1955 een proefschrift met een volledig correct model voor de zelfstabiliserende eigenschappen van een tweewieler. Dat dit model correct is, heeft hij echter zelf niet kunnen aantonen, ook niet experimenteel.

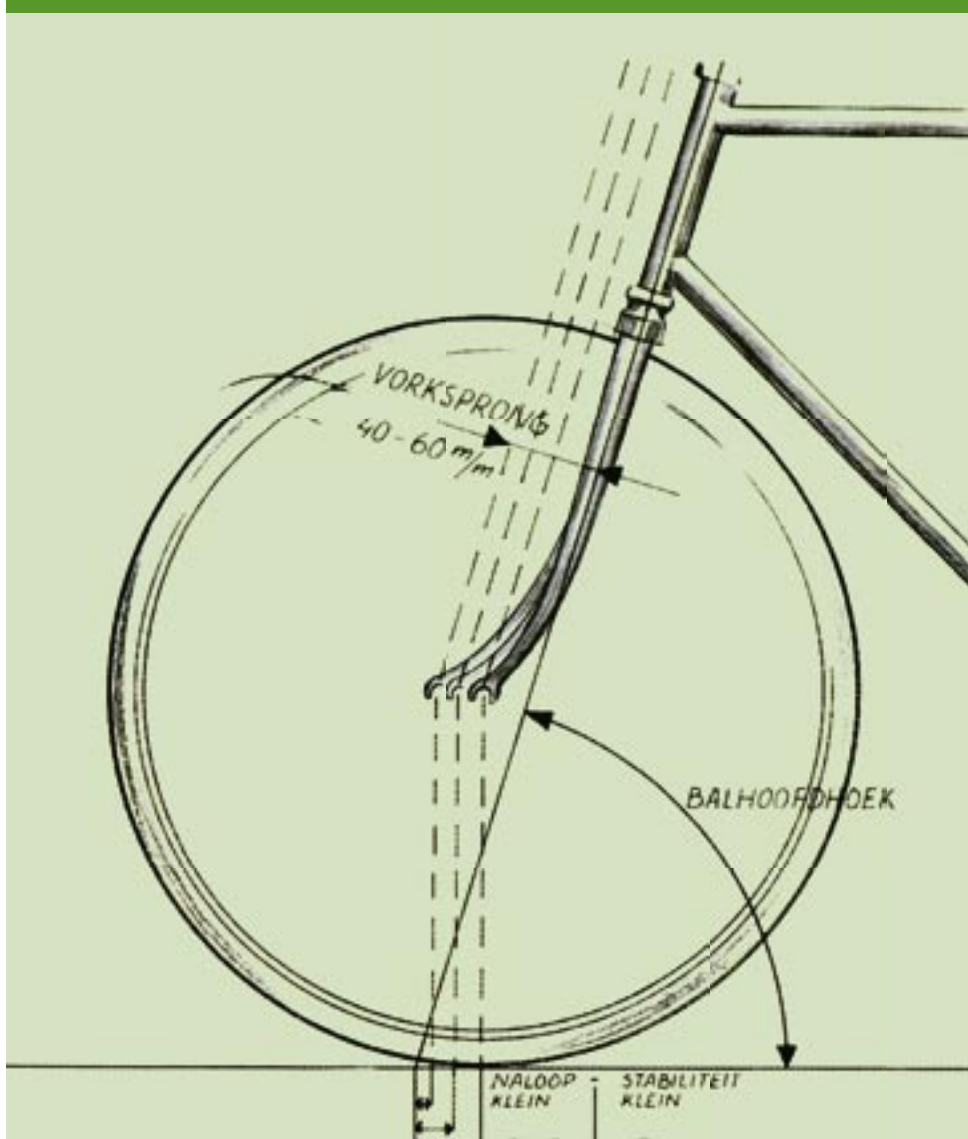
Het model van Döhring (zie figuur 1), waarmee Schwab verder ging, bestaat uit vier vaste lichamen. Dat zijn het achterwiel (R), het achterframe met het lichaam van de berijder daar vast op gefixeerd (B), het voorframe (H) bestaande uit de stuurinrichting en de voorvork, en het voorwiel (F). De vier lichamen hebben allemaal hun eigen massa en massatraagheids eigenschappen. Aan de hand van 25 parameters is dit model te beschrijven (zie de tabel). Het model heeft drie graden van vrijheid (zie figuur 2). De graden van vrijheid staan voor de bewegingsmogelijkheden van het model. Zo kan aan de fiets een bepaalde voorwaartse snelheid worden gegeven, de stuurinrichting kan draaien ten opzichte van het achterframe, en de complete fiets kan kantelen ten opzichte van de ondergrond, de leunhoek. Vul je in het model de parameters in van een gewone fiets, geef je deze vervolgens in het model een bepaalde snelheid mee en kijk je dan naar het effect op de stabiliteit, dan blijkt dat de fiets stabiel zou moeten zijn tussen de 4,3 m/s (15,5 km/uur) en de 6,0 m/s (21,6 km/uur).

Het wiskundige model is uiteraard een vereenvoudigde weergave van de werkelijkheid. Zo hebben de scharnieren in het model geen wrijving en worden de banden gezien als zuiver rollend contact, dus zonder slip. Dat laatste is een van de grootste onzekerheden in het model.

Om te kijken of deze vereenvoudigingen gerechtvaardigd zijn, moest het model worden getest. Schwab en een student, Jodi Kooijman, bouwden hiervoor een normale fiets om tot een testfiets. Van deze fiets kan de hoek met de ondergrond, de leunhoek, de stuurhoek en de voorwaartse snelheid worden gemeten. Voor de test werden alle 25 parameters van de testfiets bepaald die voor het mechanische model noodzakelijk zijn. De fiets werd voor de test in geconditioneerde omstandigheden eerst op snelheid gebracht, waarna hij met een kleine zijdelingse zet in onbalans werd gebracht.

Uit de experimenten met de testfiets blijkt dat als de snelheid groot genoeg is, de fiets zichzelf inderdaad corrigeert en zich al slingerend

Figuur 3: Stabiliteitsindex van Jones



De stabiliteitsindex van Jones wordt berekend op basis van de balhoefdhoeck, de vorksprong en de wielgrootte

De stabiliteitsindex van Jones, die wij vermelden bij onze racefiets testen, wordt berekend op basis van de balhoefdhoeck, de vorksprong en de wielgrootte. De stabiliteitsindex moet volgens de berekeningen van Jones altijd negatief zijn; positieve getallen leveren een instabiele fiets op. Een index, door Jones u-waarde genoemd, van -2,0 lijkt gemiddeld genomen bruikbaar voor alle fietsen. Racefietsen zijn gemiddeld -2,2. Fietsen met een kleiner getal sturen lichter, zijn wendbaarder en nerveuzer. Een grotere u-waarde (bijvoorbeeld -2,5) geeft betere rechteuitloopeigenschappen, stuurt zwaarder, maar voelt stabielier.

Volgens het onderzoek van Meijaard en collega's was het model van Jones niet dynamisch en concentreerde hij zich alleen op het effect van de naloop op de potentiële energie. De Jones-index is afgeleid van een statische beschouwing, dus bij een voorwaartse snelheid nul. Hieruit is de dynamische stabiliteit, het snelheidsgebied waarvoor de fiets stabiel is, niet af te leiden. De waarde van de Jones-index is volgens Schwab dan ook discutabel. Hij heeft nog geen onderzoek gedaan naar een eventuele relatie tussen de Jones-index en het stabiele snelheidsinterval volgens het model. Met de huidige kennis verwacht Schwab echter dat er geen relatie is.

De ervaring van Fiets is dat de stabiliteitsindex van Jones het stabiliteitsgedrag van de racefiets behoorlijk goed kan voorspellen. Onze rijervaringen en de Jones-index komen vaak overeen. Uiteraard heeft het nieuwe stabiliteitsmodel ons wel aan het denken gezet. Samen met de TU Delft zullen we proberen te ontdekken welke waarde de Jones-index nog heeft.

weer opricht. De snelheid van de fiets die daarvoor nodig is, blijkt overeen te komen met de door het model berekende snelheid. De metingen hebben dus aangetoond dat het model heel goed de dynamica van de fiets beschrijft.

## De uitkomsten

De 25 parameters (zie tabel) bepalen samen het stabiliteitsgedrag van de fiets. “Het blijkt dat je met verschillende oplossingen fietsen met hetzelfde gedrag kunt maken”, legt Schwab uit. Dat is een stap voorwaarts, omdat tot nu toe het gedrag van de fiets werd toegeschreven aan een beperkt aantal parameters zoals naloop, balhoofdhoek en wielbasis. Deze parameters zitten natuurlijk ook in het model, maar de invloed is minder groot dan gedacht. Zo is het mogelijk om een fiets te bouwen zonder naloop. “Gewoon wat aan de andere parameters knutselen”, vertelt Schwab. “De massa van het achterframe naar voren

brengen, dus de berijder dichterbij het voorwiel plaatsen, kan al voldoende zijn.”

Er is geen parameter die de andere overheerst. Allemaal hebben ze evenveel invloed op de werking van de fiets. De gevolgen voor de stabiliteit van het veranderen van de ene parameter, bijvoorbeeld de naloop, kun je opvangen door een andere parameter aan te passen, bijvoorbeeld het zwaartepunt van het frame. Zo kan een steilere balhoofdhoek dezelfde stabiliteitseigenschappen geven als een grotere wielbasis.

Ook het raadsel rond de invloed van het gyroscopisch effect is door het model ontrafeld.

“Wiskundigen die van dat principe uitgingen, zaten ernaast”, aldus Schwab.

“In ons model hebben we het gewicht van de wielen verwaarloosd en ook toen bleek het nog mogelijk om een stabiele fiets te maken.”

Hetzelfde geldt voor de huidige comfortfietsen. Daarbij is vooral de langere wielbasis belangrijk. Uit het model blijkt dat een langere wielbasis inderdaad de stabiliteit vergroot. Maar dat be-

tekent niet dat zo'n fiets per se een lange wielbasis moet hebben. Ook met een korte wielbasis is dezelfde stabiliteit te realiseren, als bijvoorbeeld de massa van het achterframe meer naar voren wordt geplaatst.

Toch blijkt niet alles mogelijk. Er zijn beperkingen aan het aanpassen van bepaalde parameters, maar dat heeft vooral ergonomische redenen. Gewicht naar voren brengen kan bijvoorbeeld door de berijder naar voren te plaatsen. Dit kan echter niet ongelimiteerd, want als hij te ver naar voren komt, zullen de trappers het voorwiel raken.

## Evolutie


Het ontwerp van de moderne fiets is door de jaren geëvolueerd, vooral gebaseerd op *trial and error*. Met vallen en opstaan dus. De balhoofdhoek is bijvoorbeeld in het frame gekomen omdat die ergonomisch gezien beter is. Met een verticale positie staat het stuur veel verder van de berijder af. De berijder moet dan heel ver naar voren hangen of op de fiets moet een grote stuurinrichting zitten. Een slimme ingenieur plaatste het stuur schuin in het frame, waardoor het stuur dichterbij de berijder kwam. Uit de berekeningen met het model van

Het testen van het model door de fiets een zijwaartse zet te geven (zie ook een filmpje hiervan op [fiets.nl](http://fiets.nl))



Schwab en co bleek dat die balhoofdhoek ook een positief effect heeft op het rijgedrag. De fietser voelde dit waarschijnlijk allang, want de schuine hoek is al die jaren gebleven. “De huidige fietsen zijn eigenlijk heel erg goed”, concludeert Schwab. “Evolutie heeft ze gemaakt tot wat ze nu zijn.”

Het model is handig op de ontwerptafel, om de effecten van bepaalde aanpassingen door te berekenen en om bijvoorbeeld stabiliteitsproblemen te analyseren. Het blijft echter een hulpmiddel bij de totstandkoming van een definitief fietsontwerp, want de invloed van de berijder is er (nog) niet in meegenomen (zie kader). En over het gedrag in bochten doet het model ook geen voorspellingen.

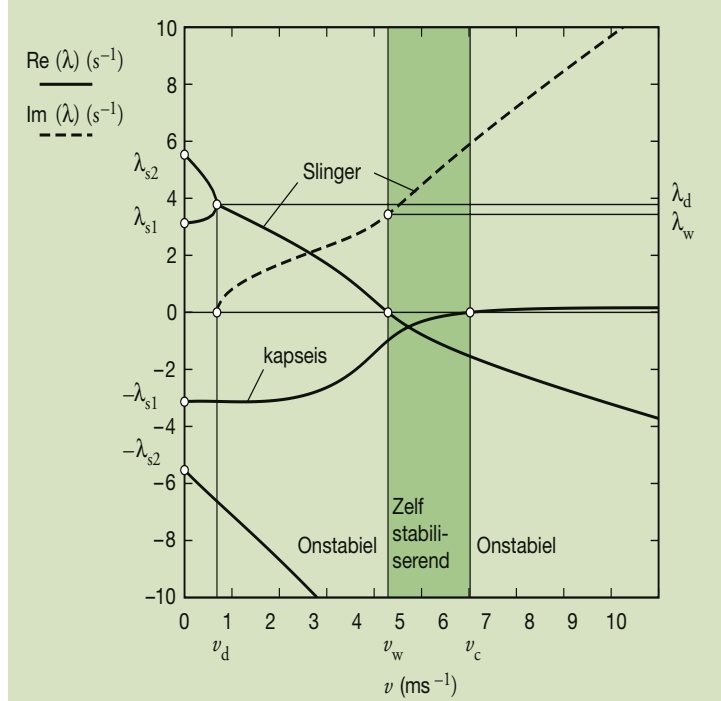
De verdere ontwikkeling en verbetering van de fiets blijft dus deels een proces van vallen en opstaan. 

Tekeningen en grafiek uit: J. P. Meijaard, Jim M. Papadopoulos, Andy Ruina en A. L. Schwab, Linearized dynamics equations for the balance and steer of a bicycle: a benchmark and review. Proceedings of the Royal Society A (2007) 463, 1955–1982.



De testfiets zoals deze is gebruikt om het model te testen. De laptop achterop verzamelt de gegevens, die nodig zijn om het model te kunnen verifiëren. De zijwieltsjes zorgen ervoor dat de fiets niet echt omvalt en daardoor de apparatuur beschadigd

**Grafiek 1: Eigenwaarden van de gewone fiets**



Om stabiel te zijn moeten de zogenoemde ‘eigenwaarden’ van het model negatief zijn. Bij dit model gaat het hierbij om de kapseiswaarde en de slingerwaarde. De kapseiswaarde geeft aan hoe graag de fiets in zijn geheel ‘wil’ omvallen. Bij lage snelheid gebeurt dit niet, dan wil een fiets liever slingeren. Pas bij hogere snelheden zorgt dit effect voor een stabilisatieprobleem. Uit het model blijkt dit bij hogere snelheden vooral te worden veroorzaakt door het gyroscopisch effect. De slingerwaarde geeft aan hoe gemakkelijk de fiets wil slingeren. Zijn zowel de slingerwaarde als de kapseiswaarde negatief, dan zal de fiets stabiel zijn. Bij snelheden waarbij dit het geval is zullen zijwaartse bewegingen door de fiets zelf worden uitgedoofd.

**Tabel: De 25 parameters van het model**

Wielbasis	$w$
Naloopt	$c$
Balhoofdhoek	$\lambda$
Zwaartekracht	$g$
Voorwaartse snelheid	$v$
<b>Achterwiel (R)</b>	
Radius	$r_R$
Gewicht	$m_R$
Massatraagheidsmoment	$(I_{Rxx}, I_{Ryy})$
<b>Frame (B)</b>	
Zwaartepunt	$(x_B, z_B)$
Massa	$m_B$
Massatraagheidsmoment	$\begin{bmatrix} I_{Bxx} & 0 & I_{Bxz} \\ 0 & I_{Byy} & 0 \\ I_{Bxz} & 0 & I_{Bzz} \end{bmatrix}$
<b>Stuur en voorvork (H)</b>	
Zwaartepunt	$(x_H, z_H)$
Massa	$m_H$
Massatraagheidsmoment	$\begin{bmatrix} I_{Hxx} & 0 & I_{Hxz} \\ 0 & I_{Hyy} & 0 \\ I_{Hxz} & 0 & I_{Hzz} \end{bmatrix}$
<b>Voorwiel (F)</b>	
Radius	$r_F$
Gewicht	$m_F$
Massatraagheidsmoment	$(I_{Fxx}, I_{Fyy})$